Grado en Matemáticas – Análisis Matemático I

1. Sea (E, d) un espacio métrico. Prueba la desigualdad:

$$|\mathrm{d}(x, y) - \mathrm{d}(z, u)| \leqslant \mathrm{d}(x, z) + \mathrm{d}(y, u) \qquad (x, y, z, u \in E)$$

   Deduce que si $\{x_n\} \to x$ e $\{y_n\} \to y$ entonces $\{\mathrm{d}(x_n, y_n)\} \to \mathrm{d}(x, y)$.

2. Para cada $n \in \mathbb{N}$ sea $f_n : [0, 1] \to \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = x^n$. Prueba que la sucesión $\{f_n\}$ converge a la función nula $f = 0$ en el espacio $(\mathcal{C}([0, 1]), \| \ \|_1)$ pero no es convergente en $(\mathcal{C}([0, 1]), \| \ \|_\infty)$.

3. Caracterización de las normas equivalentes en un espacio vectorial normado.

Granada, 20 de octubre de 2016

Grado en Matemáticas – Análisis Matemático I

1. Sea (E, d) un espacio métrico. Prueba la desigualdad:

$$|\mathrm{d}(x, y) - \mathrm{d}(z, u)| \leqslant \mathrm{d}(x, z) + \mathrm{d}(y, u) \qquad (x, y, z, u \in E)$$

   Deduce que si $\{x_n\} \to x$ e $\{y_n\} \to y$ entonces $\{\mathrm{d}(x_n, y_n)\} \to \mathrm{d}(x, y)$.

2. Para cada $n \in \mathbb{N}$ sea $f_n : [0, 1] \to \mathbb{R}$ la función dada por $f(x) = x^n$. Prueba que la sucesión $\{f_n\}$ converge a la función nula $f = 0$ en el espacio $(\mathcal{C}([0, 1]), \| \ \|_1)$ pero no es convergente en $(\mathcal{C}([0, 1]), \| \ \|_\infty)$.

3. Caracterización de las normas equivalentes en un espacio vectorial normado.

Granada, 20 de octubre de 2016